Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Васькинская основная общеобразовательная школа - детский сад»

Рассмотрено	**Согласовано**	**Утверждено**
методическим объединением учителей Протокол № 1 от 29 августа 2019г.	Заместителем директора по УВР 29 августа 2019г.	Приказом директора № 76 от 30 августа 2019г.

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ
АЛГЕБРА

9 КЛАСС

Паспорт фонда оценочных средств

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

9 класс АЛГЕБРА

№	Тема раздела	Наименование оценочного раздела
1	Квадратичная функция	**Контрольная работа №1** «Функции и их свойства. Квадратный трехчлен»
		Контрольная работа №2 «Квадратичная функция»
2	Уравнения и неравенства с одной переменной	**Контрольная работа №3** «Уравнения и неравенства с одной переменной»
3	Уравнения и неравенства с двумя переменными	**Контрольная работа №4** «Уравнения и неравенства с двумя переменными»
4	Арифметическая и геометрическая функции	**Контрольная работа № 5** «Арифметическая прогрессия»
		Контрольная работа №6 «Геометрическая прогрессия»
5	Элементы комбинаторики и теории вероятностей	**Контрольная работа №7** «Элементы комбинаторики и теории вероятностей»
6	Повторение	**Итоговая контрольная работа в форме ОГЭ (модуль «Алгебра»)**

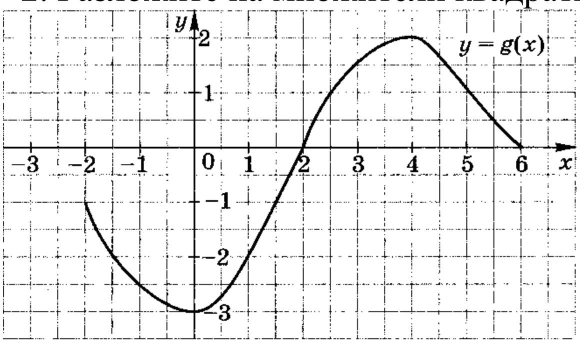
Контрольная работа №1

«Функции и их свойства. Квадратный трехчлен»

Вариант 1

• 1. Дана функция $f(x) = 17x - 51$. При каких значениях аргумента $f(x) = 0$, $f(x) < 0$, $f(x) > 0$? Является ли эта функция возрастающей или убывающей?

• 2. Разложите на множители квадратный трехчлен: а) $x^2 - 14x + 45$; б) $3y^2 + 7y - 6$.



• 3. Сократите дробь $\frac{3p^2 + p - 2}{4 - 9p^2}$.

4

Рис. 1

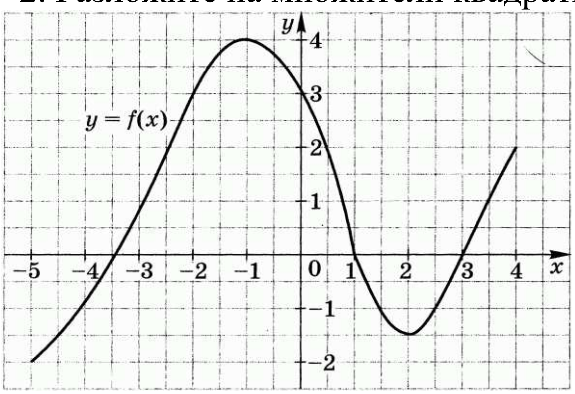
. Область определения функции g (рис. 1) отрезок [-2; 6]. Найдите нули функции, промежутки возрастания и убывания, область значений функции.

5*. Сумма положительных чисел a и b равна 50. При каких значениях a и b их произведение будет наибольшим?

Вариант 2

• 1. Дана функция $g(x) = -13x + 65$. При каких значениях аргумента $g(x) = 0$, $g(x) < 0$, $g(x) > 0$? Является ли эта функция возрастающей или убывающей?

• 2. Разложите на множители квадратный трехчлен: а) $x^2 - 10x + 21$; б) $5y^2 + 9y - 2$.



• 3. Сократите дробь $\frac{4c2 + 7c - 2}{1 - 16c^2}$.

4. Область определения функции f (рис. 2) отрезок [-5; 4]. Найдите нули функции, промежутки возрастания и убывания, область значений функции.

Рис. 2

5*. Сумма положительных чисел c и d равна 70. При каких значениях c и d их произведение будет наибольшим?

Критерии оценивания заданий:

№ задания	1	2	3	4	5*
Балл	**2б**	**2б**	**2б**	**3б**	**1б**

Отметка	«5»	«4»	«3»	«2»
Количество баллов	9-10	6-8	4-5	Меньше 4 баллов

Ответы:

Вариант 1.

1. 17x-51=0,   17x=51, x=51/17, x=3, итак при x=3 f(x)=0

17x-51<0, x<3

17x-51>0, x>3

Так как большему значению x соответствует большее значение y, то функция возрастающая

2.

1) $x^2 - 14x + 45 = 0$

$D = 196 - 4 \cdot 45 = 196 - 180 = 16 = (4)^2$

$x_{1,2} = \frac{14 \pm 4}{2}$

$x_1 = 5,\ x_2 = 9$

$x^2 - 14x + 45 = (x-5)(x-9)$

2) $3y^2 + 7y - 6 = 0$

$D = 49 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 49 + 72 = 121 = (11)^2$

$y_{1,2} = \frac{-7 \pm 11}{6}$

$y_1 = -3,\ y_2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$3y^2 + 7y - 6 = (y+3)(3y-2)$

3.

Разложим числитель на множители, для этого найдем корни уравнения:

$3p^2 + p - 2 = 0$

$D = 1^2 - 4 * 3 * (-2) = 25 = 5^2$

$x_1 = \frac{-1+5}{2*3} = \frac{2}{3}$

$x_2 = \frac{-1-5}{2*3} = -1$

$3p^2 + p - 2 = 3(p - \frac{2}{3})(p+1) = (3p-2)(p+1)$

теперь можно сократить дробь

$\frac{(3p-2)(p+1)}{(2-3p)(2+3p)} = \frac{(3p-2)(p+1)}{-(3p-2)(2+3p)} = -\frac{p+1}{2+3p}$

4.

1) нули функции

y=0, когда x=2, x=6

2) возрастает [0;4)

убывает (-2;0]U(4;6]

3) значение функции

[-3;2]

5. а = 50 - в

а * в = в * (50 - в) = 50в - в^2

Найдём максимум функции через производную (50в - в^2)' = 50 - 2в

50 - 2в = 0

2в = 50

в = 25

а = 50 - в = 50 - 25 = 25

При а = 25 и в = 25 произведение будет максимальным

Вариант 2.

1.

G(x)=0 -13x+65=0 13x=65 x=5	g(x)<0 -13x+65<0 -13x<-65 x>5 x∈(5; +∞)	g(x)>0 -13x+65>0 13x<65 x<5 x∈(-∞; 5)

Поскольку коэффициент при x<0, то функция является убывающей

2. x^2-10x+21=0

D=b^2-4ac= 16

x_1= -b-/2a=3

x_2=14/2=7

Тогда, по формуле a(X-x_1)(X-x_2)

x^2-10x+21=0 = (x-3)(x-7)

$5y^2+9y-2=0$
решаем квадр. уравнение, получаем :
y=-2
y=1/5
Тогда по формуле : 5y^2+9y-2 = 5(y+2)(y-1/5)

3.
$$\frac{4c^2+7c-2}{1-16c^2} =$$
$$\frac{4c^2-c+8c-2}{1-16c^2} =$$
$$\frac{c(4c-1)+2(4c-1)}{1-(4c)^2} =$$
$$\frac{(4c-1)(c+2)}{(1-4c)(1+4c)} =$$
$$-\frac{c+2}{1+4c}$$
4. Область определения [-5; 4]
нули: -3.5, 1, 3
промежутки убывания: (-1; 2)
возрастания: (-5; -1) и (2; 4)
область значений: [-2; 4]
5. C+d=70
a*d- наибольшее число
c=70-d
тогда d*(70-d)=70d-d^2=-(d^2-2*35*d+1225-1225)=-(d-35)+1225(выделил полный квадрат)
-(d-35)+1225-это график параболы ветви которой направлены вниз значит можно найти наибольшее значение
наибольшее значение 1225 а оно будет наибольшим при d=35
c=70-35=35

Контрольная работа №2

«Квадратичная функция»

1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2 - 14x + 45$; б) $3y^2 + 7y - 6$.

2. Постройте график функции $y = x^2 - 2x - 8$. Найдите с помощью графика:

а) значение y при $x = -1{,}5$;

б) значения x, при которых $y = 3$;

в) нули функции;

г) промежутки, в которых $y > 0$ и в которых $y < 0$;

д) промежуток, в котором функция возрастает.

3. Сравните:

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^9$ и $\left(\frac{1}{7}\right)^9$; в) $(-4{,}1)^{11}$ и $(-3{,}9)^{11}$;

б) $(-1{,}3)^6$ и $(-2{,}1)^6$; г) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{14}$ и $0{,}01^{14}$.

4. Вычислите:

а) $\sqrt{1,21} + 3\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$; б) $2\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} - 10\sqrt[4]{0,0001}$; в) $\left(-2\sqrt[4]{3}\right)^4$.

5. Сократите дробь $\dfrac{3p^2 + p - 2}{4 - 9p^2}$.

6. Найдите наименьшее значение квадратного трехчлена $x^2 - 6x + 11$.

Вариант 2

1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2 - 10x + 21$; б) $5y^2 + 9y - 2$.

2. Постройте график функции $y = x^2 - 4x - 5$. Найдите с помощью графика:

а) значение y при $x = 0{,}5$;

б) значения x, при которых $y = 3$;

в) нули функции;

г) промежутки, в которых $y > 0$ и в которых $y < 0$;

д) промежуток, в котором функция убывает.

3. Сравните:

а) $(-1{,}7)^5$ и $(-2{,}1)^5$; в) $4{,}7^9$ и $\left(-5\frac{1}{3}\right)^9$;

б) $\left(-\frac{1}{4}\right)^8$ и $\left(-\frac{1}{7}\right)^8$; г) $5{,}7^{12}$ и $(-6{,}3)^{12}$.

4. Вычислите:

а) $\sqrt[4]{\frac{1}{81}}-2\sqrt{0{,}64}$; б) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}+6\sqrt[5]{\frac{1}{32}}$; в) $\left(-3\sqrt[3]{5}\right)^3$.

5. Сократите дробь $\frac{4c^2+7c-2}{1-16c^2}$.

6. Найдите наибольшее значение квадратного трехчлена $-x^2+4x+3$.

Вариант 3

1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2-12x+35$; б) $7y^2+19y-6$.

2. Постройте график функции $y=x^2-6x+5$. Найдите с помощью графика:

а) значение y при $x=0{,}5$;

б) значения x, при которых $y=-1$;

в) нули функции;

г) промежутки, в которых $y>0$ и в которых $y<0$;

д) промежуток, в котором функция возрастает.

3. Сравните:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^7$ и $\left(\frac{1}{2}\right)^7$; в) $(-2{,}3)^6$ и $(-4{,}1)^6$;

б) $(-1{,}7)^3$ и $(0{,}4)^3$; г) $\left(\frac{1}{4}\right)^{10}$ и $(-1{,}4)^{10}$.

4. Вычислите:

а) $\sqrt{\frac{9}{25}}-\sqrt[5]{-243}$; б) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}+2\sqrt[4]{0{,}0016}$; в) $\left(-2\sqrt[5]{3}\right)^5$.

5. Сократите дробь $\frac{5a^2+19a-4}{1-25a^2}$.

6. Найдите наименьшее значение квадратного трехчлена x^2-8x+7.

Вариант 4

1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2 - 18x + 45$; б) $9x^2 + 25x - 6$.

2. Постройте график функции $y = x^2 - 8x + 13$. Найдите с помощью графика:

а) значение y при $x = 1{,}5$;
б) значения x, при которых $y = 2$;
в) нули функции;
г) промежутки, в которых $y > 0$ и в которых $y < 0$;
д) промежуток, в котором функция возрастает.

3. Сравните:

а) $3{,}4^{11}$ и $4{,}2^{11}$; в) $\left(-1\frac{3}{7}\right)^9$ и $(-0{,}7)^9$;

б) $\left(-\frac{1}{4}\right)^8$ и $(-1{,}2)^8$; г) $(-2{,}4)^4$ и $1{,}2^4$.

4. Вычислите:

а) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}} + \sqrt[3]{-0{,}027}$; б) $\sqrt{0{,}81} - 2\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$; в) $\left(-3\sqrt[4]{2}\right)^4$.

5. Сократите дробь $\frac{7b^2 + 11b - 6}{9 - 49b^2}$.

6. Найдите наибольшее значение квадратного трехчлена $-x^2 + 6x - 4$.

Критерии оценивания заданий:

№ задания	1	2	3	4	5	6
Балл	**2б**	**6б**	**4б**	**3б**	**1б**	**1б**

Отметка	**«5»**	**«4»**	**«3»**	**«2»**
Количество баллов	16-17	12-15	8-11	Меньше 8 баллов

Ответы:
Вариант 1

1. а) $x^2 - 14x + 45 = (x - 5)(x - 9)$;
$x^2 - 14x + 45 = 0$;
$x_1 = 5, x_2 = 9$.

б) $3y^2 + 7y - 6 = 3\left(y - \frac{2}{3}\right)(y + 3) = (3y - 2)(y + 3)$;
$3y^2 + 7y - 6 = 0$;
$D = 49 + 72 = 121$;
$y_{1,2} = \frac{-7 \pm 11}{6}$;
$y_1 = \frac{2}{3}$, $y_2 = -3$.

2. $y = x^2 - 2x - 8$ – квадратичная функция, графиком является парабола.

Так как $a > 0$, то ветви направлены вверх. Найдем координаты $(m;\ n)$ вершины параболы:

$$m = -\frac{b}{2a} = 1; \qquad n = 1 - 2 - 8 = -9;$$

$A\ (1; -9)$ – вершина параболы.

x	0	–1	–2	–3
y	–1	–5	0	7

а) $y \approx -3$;

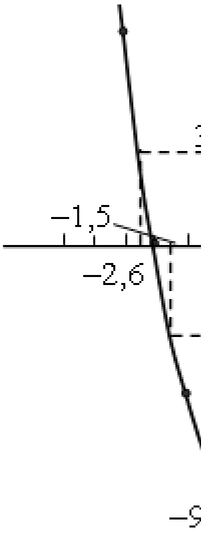
б) $x \approx -2{,}6$; 4,4;

в) $y = 0$ при $x = -2$ и $x = 4$;

г) $y > 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$;

$y < 0$ при $x \in (-2; 4)$;

д) $[1; +\infty)$.



3. а) $\left(\frac{1}{2}\right)^9 > \left(\frac{1}{7}\right)^9$; в) $(-4{,}1)^{11} < (-3{,}9)^{11}$;

б) $(-1{,}3)^6 < (-2{,}1)^6$; г) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{14} > 0{,}01^{14}$.

4. а) $\sqrt{1{,}21} + 3\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = 1{,}1 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 1{,}1 - 1{,}5 = -0{,}4$;

б) $2\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} - 10\sqrt[4]{0{,}0001} = 2\sqrt[3]{\frac{27}{8}} - 10 \cdot 0{,}1 = 2 \cdot \frac{3}{2} - 1 = 2$;

в) $\left(-2\sqrt[4]{3}\right)^4 = (-2)^4 \cdot \left(\sqrt[4]{3}\right)^4 = 16 \cdot 3 = 48$.

5. $\frac{3p^2 + p - 2}{4 - 9p^2} = \frac{3\left(p - \frac{2}{3}\right)(p+1)}{(2-3p)(2+3p)} = \frac{(3p-2)(p+1)}{-(3p-2)(3p+2)} = -\frac{p+1}{3p+2}$;

$3p^2 + p - 2 = 0$;

$D = 1 + 24 = 25$;

$p_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{6}$;

$p_1 = \frac{2}{3}$, $p_2 = -1$.

6. $x^2 - 6x + 11$.

1-й с п о с о б.

Выделим квадрат двучлена из квадратного трехчлена:

$x^2 - 6x + 11 = x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 9 - 9 + 11 = (x-3)^2 + 2$.

Это выражение принимает наименьшее значение при $x = 3$, и оно равно 2.

2-й способ.

$y = x^2 - 6x + 11$ – квадратичная функция, графиком является парабола, ветви которой направлены верх. Наименьшее значение квадратного трехчлена $x^2 - 6x + 11$ – это ордината вершины этой параболы:

$$m = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3; \qquad n = 9 - 18 + 11 = 2;$$

2 – наименьшее значение квадратного трехчлена $x^2 - 6x + 11$.

Вариант 2

1. а) $x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7)$;

$x^2 - 10x + 21 = 0$;

$x_1 = 3, x_2 = 7$.

б) $5y^2 + 9y - 2 = 5\left(y - \frac{1}{5}\right)(y + 2) = (5y - 1)(y + 2)$;

$5y^2 + 9y - 2 = 0$;

$D = 81 + 40 = 121$;

$y_{1,2} = \frac{-9 \pm 11}{10}$;

$y_1 = \frac{1}{5}$, $y_2 = -2$.

2. $y = x^2 - 4x - 5$ – квадратичная функция, графиком является парабола.

Так как $a > 0$, то ветви направлены вверх. Найдем координаты $(m; n)$ вершины параболы:

$$m = -\frac{b}{2a} = 2; \qquad n = 4 - 8 - 5 = -9;$$

A (2; –9) – вершина параболы.

x	1	0	–1	–2
y	–8	–5	0	7

а) $y \approx -6$;

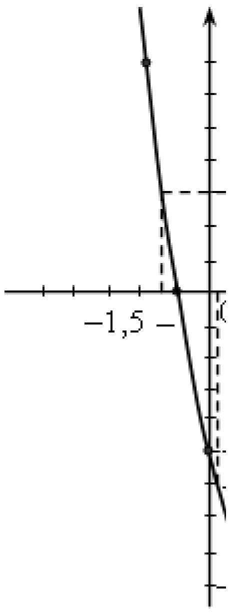
б) $x \approx -1{,}5$; 5,3;

в) $y = 0$ при $x = -1$ и $x = 5$;

г) $y > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup \cup (5; +\infty)$;

$y < 0$ при $x \in (-1; 5)$;

д) $(-\infty; 2]$.



3. а) $(-1{,}7)^5 > (-2{,}1)^5$; в) $4{,}7^9 > \left(-5\frac{1}{3}\right)^9$;

б) $\left(-\frac{1}{4}\right)^8 > \left(-\frac{1}{7}\right)^8$; г) $5{,}7^{12} < (-6{,}3)^{12}$.

4. а) $\sqrt[4]{\frac{1}{81}} - 2\sqrt{0{,}64} = \frac{1}{3} - 2 \cdot 0{,}8 = \frac{1}{3} - 1\frac{3}{5} = -1\frac{4}{15}$;

б) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} + 6\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = -\frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + 3 = 2{,}5$;

в) $\left(-3\sqrt[3]{5}\right)^3 = (-3)^3 \cdot \left(\sqrt[3]{5}\right)^3 = -27 \cdot 5 = -135$.

5. $\frac{4c^2 + 7c - 2}{1 - 16c^2} = \frac{4(c - \frac{1}{4})(c + 2)}{(1 - 4c)(1 + 4c)} = \frac{(4c - 1)(c + 2)}{-(4c - 1)(4c + 1)} = -\frac{c + 2}{4c + 1}$;

$4c^2 + 7c - 2 = 0$;

$D = 49 + 32 = 81$;

$c_{1,2} = \frac{-7 \pm 9}{8}$;

$c_1 = \frac{1}{4}$, $c_2 = -2$.

6. $-x^2 + 4x + 3$.

1-й с п о с о б.

Выделим квадрат двучлена из квадратного трехчлена:

$-x^2 + 4x + 3 = -(x^2 - 4x - 3) = -(x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 4 - 4 - 3) = -((x - 2)^2 - 7) = = -(x - 2)^2 + 7$.

Это выражение принимает наибольшее значение при $x = 2$, и оно равно 7.

2-й способ.

$y = -x^2 + 4x + 3$ – квадратичная функция, графиком является парабола, ветви которой направлены вниз. Наибольшее значение квадратного трехчлена $-x^2 + 4x + 3$ – это ордината вершины этой параболы:

$$m = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2; \qquad n = -4 + 8 + 3 = 7;$$

7 – наибольшее значение квадратного трехчлена $-x^2 + 4x + 3$.

Вариант 3

1. а) $x^2 - 12x + 35 = (x - 5)(x - 7)$;

$x^2 - 12x + 35 = 0$;

$x_1 = 5$, $x_2 = 7$.

б) $7y^2 + 19y - 6 = 7\left(y - \frac{2}{7}\right)(y + 3) = (7y - 2)(y + 3)$;

$7y^2 + 19y - 6 = 0$;

$D = 361 + 168 = 529$;

$y_{1,2} = \frac{-19 \pm 23}{14}$;

$y_1 = \frac{2}{7}$, $y_2 = -3$.

2. $y = x^2 - 6x + 5$ – квадратичная функция, графиком является парабола.

Так как $a > 0$, то ветви направлены вверх. Найдем координаты $(m; n)$ вершины параболы:

$$m = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3; \qquad n = 9 - 18 + 5 = -4;$$

$A(3; -4)$ – вершины параболы.

x	2	1	0	–1
y	–3	0	5	12

а) $y \approx 2{,}5$;

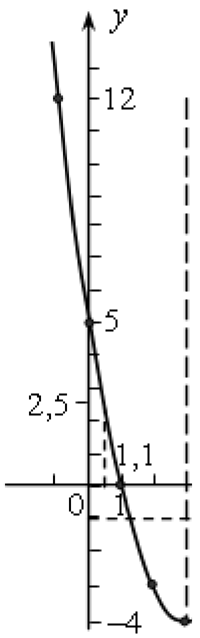
б) $x \approx 1{,}1$; 4,9;

в) $y = 0$ при $x = 1$ и $x = 5$;

г) $y > 0$ при $x \in (-\infty;\ -1) \cup (5;\ +\infty)$;

$y < 0$ при $x \in (1;\ 5)$;

д) $[3;\ +\infty)$.



3. а) $\left(\frac{1}{5}\right)^7 < \left(\frac{1}{2}\right)^7$; в) $(-2{,}3)^6 < (-4{,}1)^6$;

б) $(-1{,}7)^3 < (0{,}4)^3$; г) $\left(\frac{1}{4}\right)^{10} < (-1{,}4)^{10}$.

4. а) $\sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt[5]{-243} = \frac{3}{5} + 3 = 3{,}6$;

б) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} + 2\sqrt[4]{0{,}0016} = \frac{1}{3} + 2 \cdot 0{,}2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{11}{15}$;

в) $\left(-2\sqrt[5]{3}\right)^5 = (-2)^5 \cdot \left(\sqrt[5]{3}\right)^5 = -32 \cdot 3 = -96$.

5. $\frac{5a^2 + 19a - 4}{1 - 25a^2} = \frac{5(a - \frac{1}{5})(a+4)}{(1-5a)(1+5a)} = \frac{(5a-1)(a+4)}{-(5a-1)(5a+1)} = -\frac{a+4}{5a+1}$;

$5a^2 + 19a - 4 = 0$;

$D = 361 + 80 = 441$;

$a_{1,\,2} = \frac{-19 \pm 21}{10}$;

$a_1 = \frac{1}{5}$, $a_2 = -4$.

6. $x^2 - 8x + 7$.

1-й с п о с о б.

Выделим квадрат двучлена из квадратного трехчлена:

$x^2 - 8x + 7 = x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x + 16 - 16 + 7 = (x-4)^2 - 9.$

Это выражение принимает наименьшее значение при $x = 4$, и оно равно –9.

2-й способ.

$y = x^2 - 8x + 7$ – квадратичная функция, графиком является парабола, ветви которой направлены вверх. Наименьшее значение квадратного трехчлена $x^2 - 8x + 7$ – это ордината вершины этой параболы:

$$m = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{2} = 4; \qquad n = 16 - 32 + 7 = -9;$$

–9 – наименьшее значение квадратного трехчлена $x^2 - 8x + 7$.

Вариант 4

1. а) $x^2 - 18x + 45 = (x-3)(x-15)$;
$x^2 - 18x + 45 = 0$;
$x_1 = 3$, $x_2 = 15$.

б) $9x^2 + 25x - 6 = 9\left(x - \frac{2}{9}\right)(x+3) = (9x-2)(x+3)$;
$9x^2 + 25x - 6 = 0$;
$D = 625 + 216 = 841$;
$x_{1,2} = \frac{-25 \pm 29}{18}$;
$x_1 = \frac{2}{9}$, $x_2 = -23$.

2. $y = x^2 - 8x + 13$ – квадратичная функция, графиком является парабола.

Так как $a > 0$, то ветви направлены вверх. Найдем координаты $(m; n)$ вершины параболы:

$$m = -\frac{b}{2a} = \frac{8}{2} = 4; \qquad n = 16 - 32 + 13 = -3;$$

A (4; –3) – вершины параболы.

x	3	2	1	0
y	–2	1	6	13

а) $y \approx 3{,}4$;

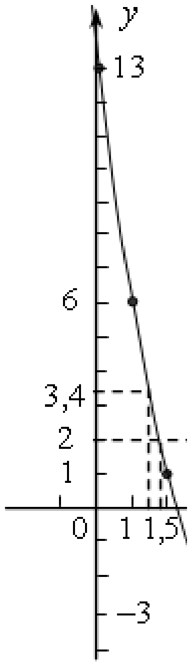
б) $x \approx 1{,}7$; $6{,}3$;

в) $y = 0$ при $x \approx 2{,}3$ и $x \approx 5{,}7$;

г) $y > 0$ при $x \in (-\infty;\ 2{,}3) \cup (5{,}7;\ +\infty)$;

$y < 0$ при $x \in (2{,}3;\ 5{,}7)$;

д) $[4;\ +\infty)$.



3. а) $3{,}4^{11} < 4{,}2^{11}$; в) $\left(-1\frac{3}{7}\right)^9 < (-0{,}7)^9$;

б) $\left(-\frac{1}{4}\right)^8 < (-1{,}2)^8$; г) $(-2{,}4)^4 > 1{,}2^4$.

4. а) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}} + \sqrt[3]{-0{,}027} = \frac{1}{2} - 0{,}3 = 0{,}5 - 0{,}3 = 0{,}2$;

б) $\sqrt{0{,}81} - 2\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = 0{,}9 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 1{,}9$;

в) $\left(-3\sqrt[4]{2}\right)^4 = (-3)^4 \cdot \left(\sqrt[4]{2}\right)^4 = 81 \cdot 2 = 162$.

5. $\frac{7b^2+11b-6}{9-49b^2} = \frac{7(b-\frac{3}{7})(b+2)}{-(7b-3)(7b+3)} = \frac{(7b-3)(b+2)}{-(7b-3)(7b+3)} = -\frac{b+2}{7b+3}$;

$7b^2 + 11b - 6 = 0$;

$D = 121 + 168 = 289$;

$b_{1,2} = \frac{-11 \pm 17}{14}$;

$b_1 = \frac{3}{7}$, $b_2 = -2$.

6. $-x^2 + 6x - 4$.

1-й способ.

Выделим квадрат двучлена из квадратного трехчлена:

$–x^2 + 6x – 4 = –(x^2 –2 \cdot 3 \cdot x + 9 – 9 + 4) = –((x – 3)^2 – 5) = –(x – 3)^2 + 5.$

Это выражение принимает наибольшее значение при $x = 3$, и оно равно 5.

2-й способ.

$y = –x^2 + 6x – 4$ – квадратичная функция, графиком является парабола, ветви которой направлены вниз. Наибольшее значение квадратного трехчлена $–x^2 + 6x – 4$ – это ордината вершины этой параболы:

$$m = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3; \qquad n = –9 + 18 – 4 = 5;$$

5 – наибольшее значение квадратного трехчлена $–x^2 + 6x – 4$.

Контрольная работа №3

«Уравнения и неравенства с одной переменной»

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $x^3 - 81x = 0$; б) $\frac{x^2 - 1}{2} - \frac{3x - 1}{4} = 2$.

2. Решите биквадратное уравнение: $x^4 - 19x^2 + 48 = 0$.

3. Решите неравенство:

а) $2x^2 - 13x + 6 < 0$; б) $x^2 - 9 > 0$; в) $3x^2 - 6x + 32 > 0$.

4. Решите неравенство, используя метод интервалов:

а) $(x + 8)(x - 4) > 0$; б) $\frac{x-5}{x+7} < 0$.

5. При каких значениях t уравнение $3x^2 + tx + 3 = 0$ имеет два корня?

6.* Решите уравнение:

$$\frac{x^2+x-5}{x} + \frac{3x}{x^2+x-5} + 4 = 0.$$

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $x^3 - 25x = 0$; б) $\frac{x^2+6}{5} - \frac{8-x}{10} = 1$.

2. Решите биквадратное уравнение: $x^4 - 4x^2 - 45 = 0$.

3. Решите неравенство:

а) $2x^2 - x - 15 > 0$; б) $x^2 - 16 < 0$; в) $x^2 + 12x + 80 < 0$.

4. Решите неравенство, используя метод интервалов:

а) $(x + 11)(x - 9) < 0$; б) $\frac{x+3}{x-8} > 0$.

5. При каких значениях t уравнение $2x^2 + tx + 8 = 0$ не имеет корней?

6.* Решите уравнение:

$$\frac{x^2-14}{x} - \frac{10x}{x^2-14} = 3.$$

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $x^3 - 36x = 0$; б) $\frac{x^2-4}{3} - \frac{5x-2}{6} = 1$.

2. Решите биквадратное уравнение: $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.

3. Решите неравенство:

а) $2x^2 + 5x - 7 < 0$; б) $x^2 - 25 > 0$; в) $5x^2 - 4x + 21 > 0$.

4. Решите неравенство, используя метод интервалов:

а) $(x + 9)(x - 5) > 0$; б) $\frac{x-3}{x+6} < 0$.

5. При каких значениях t уравнение $2x^2 + tx + 2 = 0$ имеет два корня?

6.* Решите уравнение:

$$\frac{12}{(x+1)(x+5)}+\frac{15}{(x+2)(x+4)}=2.$$

Вариант 4

1. Решите уравнение:

а) $x^3 - 49x = 0$; б) $\frac{x^2+3}{4}-\frac{17-3x}{8}=2$.

2. Решите биквадратное уравнение: $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$.

3. Решите неравенство:

а) $5x^2 + 3x - 8 > 0$; б) $x^2 - 49 < 0$; в) $4x^2 - 2x + 13 < 0$.

4. Решите неравенство, используя метод интервалов:

а) $(x + 12)(x - 7) < 0$; б) $\frac{x+5}{x-10} > 0$.

5. При каких значениях t уравнение $25x^2 + tx + 1 = 0$ не имеет корней?

6.* Решите уравнение:

$$\frac{1}{(x+1)(x+3)}+\frac{9}{(x-1)(x+5)}=-1.$$

Критерии оценивания заданий:

№ задания	1	2	3	4	5	6*
Балл	2б	1б	3б	2б	2б	2б

Отметка	«5»	«4»	«3»	«2»
Количество баллов	10-12	7-10	5-6	Меньше 5 баллов

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТОВ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Вариант 1

1. а) $x^3 - 81x = 0$;

$x(x^2 - 81) = 0$;

$x = 0$ или $x^2 - 81 = 0$;

$x^2 = 81$;

$x = \pm 9$.

О т в е т: –9; 0; 9.

б) $\frac{x^2-1}{2} - \frac{3x-1}{4} = 2$;

$2(x^2 - 1) - (3x - 1) = 2 \cdot 4$;

$2x^2 - 2 - 3x + 1 - 8 = 0$;

$2x^2 - 3x - 9 = 0$;

$D = 9 + 72 = 81$;

$x_1 = \frac{3-9}{4} = -1{,}5$;

$x_2 = \frac{3+9}{4} = 3$.

О т в е т: –1,5; 3.

2. $x^4 - 19x^2 + 48 = 0$.

Пусть $x^2 = t$, тогда получим:

$t^2 - 19t + 48 = 0$;

$D = 361 - 192 = 169$;

$t_1 = \frac{19-13}{2} = 3$, $t_2 = \frac{19+13}{2} = 16$.

В е р н е м с я к з а м е н е:

$x^2 = 3$; или $x^2 = 16$;

$x = \pm\sqrt{3}$. $x = \pm 4$.

О т в е т: –4; $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; 4.

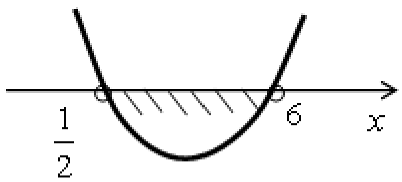
3. а) $2x^2 - 13x + 6 < 0$;

$y = 2x^2 - 13x + 6$.

Ветви параболы направлены вверх.

$2x^2 - 13x + 6 = 0$;

$D = 169 - 48 = 121$;



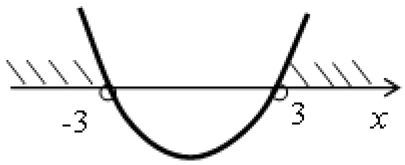
$$x_1 = \frac{13-11}{4} = \frac{1}{2},\ x_2 = \frac{13+11}{4} = 6.$$

О т в е т: $\left(\frac{1}{2};\ 6\right)$.

б) $x^2 - 9 > 0$;

$y = x^2 - 9$.

Ветви параболы направлены вверх.



$x^2 - 9 = 0$;

$x^2 = 9$;

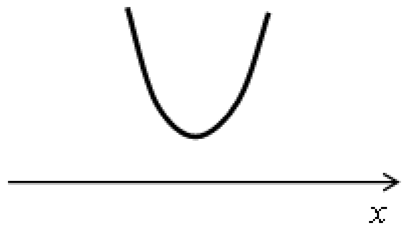
$x = \pm 3$.

О т в е т: $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

в) $3x^2 - 6x + 32 > 0$;

$y = 3x^2 - 6x + 32$.

Ветви параболы направлены вверх.



$3x^2 - 6x + 32 = 0$;

$D = 9 - 96 = -87 < 0$.

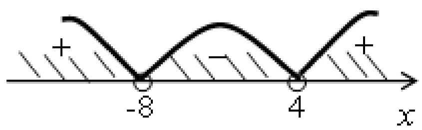
Парабола не пересекает ось x.

О т в е т: $(-\infty; +\infty)$.

4. а) $(x + 8)(x - 4) > 0$;

$x = -8$; 4 – нули функции

$y = (x + 8)(x - 4)$.



О т в е т: $(-\infty; -8) \cup (4; +\infty)$.

б) $\frac{x-5}{x+7} < 0$;

$(x - 5)(x + 7) < 0$;

$x = -7$; 5 – нули функции

$y = (x - 5)(x + 7)$.

О т в е т: $(-7; 5)$.

5. $3x^2 + tx + 3 = 0$;

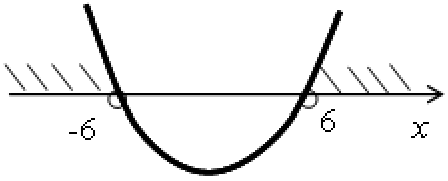
$D = t^2 - 36$.

Уравнение имеет два корня, если $D > 0$,

$t^2 - 36 > 0$;

$t^2 \in (-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$.

О т в е т: $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$.



6.* $\frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} + 4 = 0$.

Пусть $\frac{x^2+x-5}{x} = t$, тогда получим:

$t + \frac{3}{t} + 4 = 0;$

$t^2 + 4t + 3 = 0;$

$t_1 = -1, \ t_2 = -3.$

В е р н е м с я к з а м е н е:

$\frac{x^2+x-5}{x} = -1;$ или $\frac{x^2+x-5}{x} = -3;$

$x^2 + 2x - 5 = 0;$

$D_1 = 1 + 5 = 6;$

$x_{1,\,2} = -1 \pm \sqrt{6}.$

$x^2 + 4x - 5 = 0;$

$x_1 = 1, \ x_2 = -5.$

О т в е т: –5; 1; $-1 \pm \sqrt{6}$.

Вариант 2

1. а) $x^3 - 25x = 0;$

$x\,(x^2 - 25) = 0;$

$x = 0$ или $x^2 - 25 = 0;$

$x^2 = 25;$

$x = \pm 5.$

О т в е т: –5; 0; 5.

б) $\frac{x^2+6}{5} - \frac{8-x}{10} = 1;$

$2(x^2 + 6) - (8 - x) = 1 \cdot 10;$

$2x^2 + 12 - 8 + x - 10 = 0;$

$2x^2 + x - 6 = 0;$

$D = 1 + 48 = 49;$

$x_1 = \frac{-1-7}{4} = -2;$

$x_2 = \frac{-1+7}{4} = 1{,}5.$

О т в е т: –2; 1,5.

2. $x^4 - 4x^2 - 45 = 0.$

Пусть $x^2 = t$, тогда получим:

$t^2 - 4t - 45 = 0;$

$t_1 = -5, \ t_2 = 9.$

В е р н е м с я к з а м е н е:

$x^2 = -5$. или $x^2 = 9;$

Нет решений. $x = \pm 3.$

О т в е т: ±3.

3. а) $2x^2 - x - 15 > 0;$

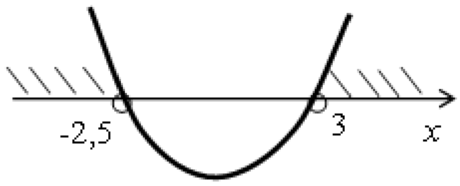
$y = 2x^2 - x - 15 > 0.$

Ветви параболы направлены вверх.

$2x^2 - x - 15 = 0;$

$D = 1 + 120 = 121;$

$x_1 = \dfrac{1-11}{4} = -2{,}5,\ x_2 = \dfrac{1+11}{4} = 3.$



О т в е т: $(-\infty; -2{,}5) \cup (3; +\infty)$.

б) $x^2 - 16 < 0;$

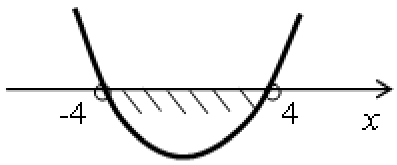
$y = x^2 - 16.$

Ветви параболы направлены вверх.

$x^2 - 16 = 0;$

$x^2 = 16;$

$x = \pm 4.$



О т в е т: $(-4; 4)$.

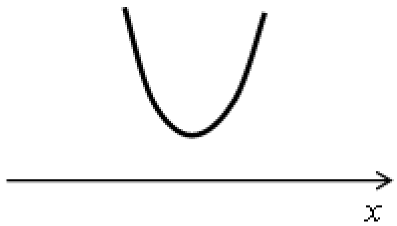
в) $x^2 + 12x + 80 < 0;$

$y = x^2 + 12x + 80 < 0.$

Ветви параболы направлены вверх.

$x^2 + 12x + 80 = 0;$

$D = 36 - 80 = -44 < 0.$



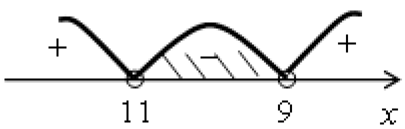
Парабола не пересекает ось x.

О т в е т: нет решений.

4. а) $(x + 11)(x - 9) < 0;$

$x = -11; 9$ – нули функции

$y = (x + 11)(x - 9).$



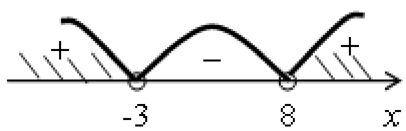
О т в е т: $(-11; 9)$.

б) $\dfrac{x+3}{x-8} > 0;$

$(x + 3)(x - 8) > 0;$

$x = -3; 8$ – нули функции

$y = (x + 3)(x - 8).$



О т в е т: $(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$.

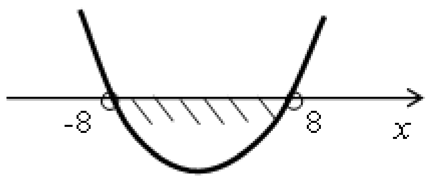
5. $2x^2 + tx + 8 = 0;$

$D = t^2 - 64.$

Уравнение не имеет корней, если $D < 0$,

$t^2 - 64 < 0;$

$t = \pm 8.$



О т в е т: $(-8; 8)$.

6.* $\dfrac{x^2 - 14}{x} - \dfrac{10x}{x^2 - 14} = 3.$

Пусть $\frac{x^2-14}{x} = t$, тогда получим:

$t - \frac{10}{t} = 3;$

$t^2 - 3t - 10 = 0;$

$t_1 = -2,\ t_2 = 5.$

В е р н е м с я к з а м е н е:

$\frac{x^2-14}{x} = -2;$ или $\frac{x^2-14}{x} = 5;$

$x^2 + 2x - 14 = 0;$

$D_1 = 1 + 14 = 15;$

$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{15}.$

$x^2 - 5x - 14 = 0;$

$x_1 = -2,\ x_2 = 7.$

О т в е т: $-2; 7; -1 \pm \sqrt{15}$.

Вариант 3

1. а) $x^3 - 36x = 0;$

$x(x^2 - 36) = 0;$

$x = 0$ или $x^2 - 36 = 0;$

$x^2 = 36;$

$x = \pm 6.$

О т в е т: $-6; 0; 6$.

б) $\frac{x^2-4}{3} - \frac{5x-2}{6} = 1;$

$2(x^2 - 4) - (5x - 2) = 1 \cdot 6;$

$2x^2 - 8 - 5x + 2 - 6 = 0;$

$2x^2 - 5x - 12 = 0;$

$D = 25 + 96 = 121;$

$x_1 = \frac{5-11}{4} = -1{,}5;$

$x_2 = \frac{5+11}{4} = 4.$

О т в е т: $-1{,}5; 4$.

2. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0.$

Пусть $x^2 = t$, тогда получим:

$t^2 - 13t + 36 = 0;$

$t_1 = 4,\ t_2 = 9.$

В е р н е м с я к з а м е н е:

$x^2 = 4;$ или $x^2 = 9;$

$x = \pm 2.$ $x = \pm 3.$

О т в е т: $-3; -2; 2; 3$.

3. а) $2x^2 + 5x - 7 < 0;$

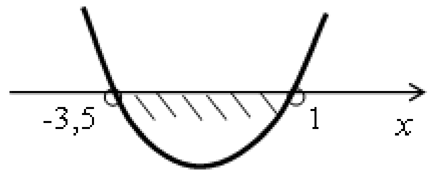
$y = 2x^2 + 5x - 7.$

Ветви параболы направлены вверх.

$2x^2 + 5x - 7 = 0;$

$D = 25 + 56 = 81;$

$x_1 = \frac{-5-9}{4} = -3{,}5,\ \ x_2 = \frac{-5+9}{4} = 1.$



О т в е т: (–3,5; 1).

б) $x^2 - 25 > 0;$

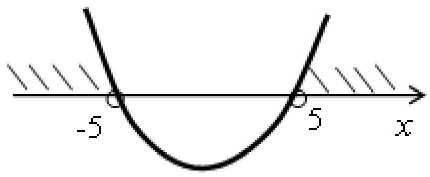
$y = x^2 - 25.$

Ветви параболы направлены вверх.

$x^2 - 25 = 0;$

$x^2 = 25;$

$x = \pm 5.$



О т в е т: $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

в) $5x^2 - 4x + 21 > 0;$

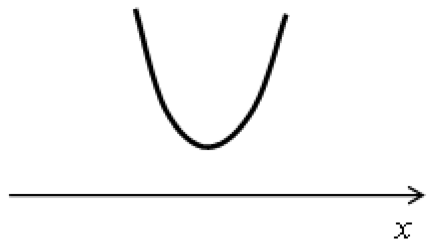
$y = 5x^2 - 4x + 21.$

Ветви параболы направлены вверх.

$5x^2 - 4x + 21 = 0;$

$D = 4 - 105 = -101 < 0.$

Парабола не пересекает ось x.

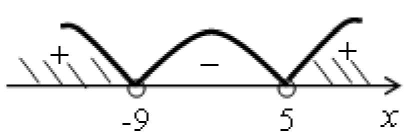


О т в е т: $(-\infty; +\infty)$.

4. а) $(x + 9)(x - 5) > 0;$

$x = -9;\ 5$ – нули функции

$y = (x + 9)(x - 5).$



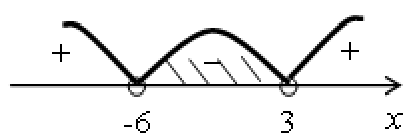
О т в е т: $(-\infty; -9) \cup (5; +\infty)$.

б) $\frac{x-3}{x+6} < 0;$

$(x - 3)(x + 6) < 0;$

$x = -6;\ 3$ – нули функции

$y = (x - 3)(x + 6).$



О т в е т: (–6; 3).

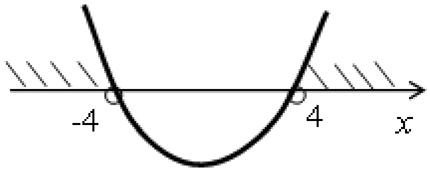
5. $2x^2 + tx + 2 = 0;$

$D = t^2 - 16.$

Уравнение имеет два корня, если $D > 0$,

$t^2 - 16 > 0;$

$t = \pm 4.$



О т в е т: $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.

6.* $\frac{12}{(x+1)(x+5)} + \frac{15}{(x+2)(x+4)} = 2;$

$$\frac{12}{x^2+6x+5}+\frac{15}{x^2+6x+8}=2.$$

Пусть $x^2 + 6x + 5 = t$, тогда получим:

$$\frac{12}{t}+\frac{15}{t+3}=2;$$

$12\,(t + 3) + 15t = 2t\,(t + 3);$

$12t + 36 + 15t = 2t^2 + 6t;$

$2t^2 – 21t – 36 = 0;$

$D = 441 + 288 = 729;$

$t_1 = \frac{21+27}{4} = 12,\quad t_2 = \frac{21-27}{4} = -\frac{3}{2}.$

В е р н е м с я к з а м е н е:

$x^2 + 6x + 5 = 12;$ или $x^2 + 6x + 5 = -\frac{3}{2};$

$x^2 + 6x – 7 = 0;$

$x_1 = 1,\ x_2 = –7.$

$2x^2 + 12x + 13 = 0;$

$D_1 = 36 – 26 = 10;$

$x_{1,\,2} = \frac{-6\pm\sqrt{10}}{2}.$

О т в е т: $–7;\ 1;\ \frac{-6\pm\sqrt{10}}{2}.$

Вариант 4

1. а) $x^3 – 49x = 0;$

$x\,(x^2 – 49) = 0;$

$x = 0$ или $x^2 – 49 = 0;$

$x^2 = 49;$

$x = ±7.$

О т в е т: $–7;\ 0;\ 7.$

б) $\frac{x^2+3}{4}-\frac{17-3x}{8}=2;$

$2(x^2 + 3) – (17 – 3x) = 2 \cdot 8;$

$2x^2 + 6 – 17 + 3x = 16;$

$2x^2 + 3x – 27 = 0;$

$D = 9 + 216 = 225;$

$x_1 = \frac{-3+15}{4} = 3;$

$x_2 = \frac{-3-15}{4} = –4{,}5.$

О т в е т: $–4{,}5;\ 3.$

2. $x^4 – 17x^2 + 16 = 0.$

Пусть $x^2 = t$, тогда получим:

$t^2 – 17t + 16 = 0;$

$t_1 = 1,\ t_2 = 16.$

В е р н е м с я к з а м е н е:

$x^2 = 1$; или $x^2 = 16$;

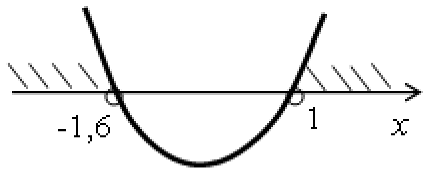
$x = \pm 1$. $x = \pm 4$.

О т в е т: –4; –1; 1; 4.

3. а) $5x^2 + 3x - 8 > 0$;

$y = 5x^2 + 3x - 8$.

Ветви параболы направлены вверх.



$5x^2 + 3x - 8 = 0$;

$D = 9 + 160 = 169$;

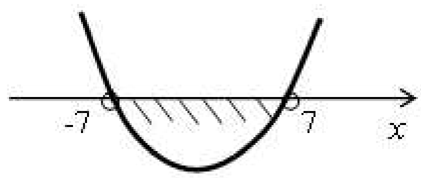
$x_1 = \dfrac{-3+13}{10} = 1$, $x_2 = \dfrac{-3-13}{10} = -1{,}6$.

О т в е т: $(-\infty; -1{,}6) \cup (1; +\infty)$.

б) $x^2 - 49 < 0$;

$y = x^2 - 49$.

Ветви параболы направлены вверх.



$x^2 - 49 = 0$;

$x^2 = 49$;

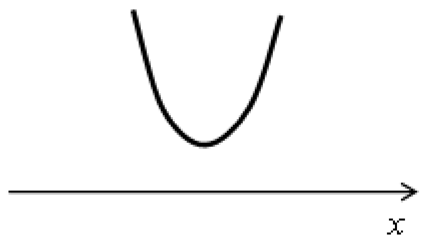
$x = \pm 7$.

О т в е т: $(-7; 7)$.

в) $4x^2 - 2x + 13 < 0$;

$y = 4x^2 - 2x + 13$.

Ветви параболы направлены вверх.



$4x^2 - 2x + 13 = 0$;

$D = 1 - 52 = -51 < 0$.

Парабола не пересекает ось x.

О т в е т: нет решений.

4. а) $(x + 12)(x - 7) < 0$;

$x = -12$; 7 – нули функции

$y = (x + 12)(x - 7)$.

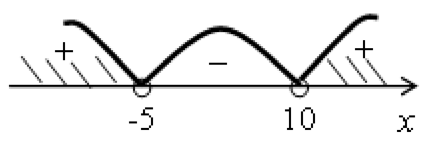
О т в е т: $(-12; 7)$.

б) $\dfrac{x+5}{x-10} > 0$;

$(x + 5)(x - 10) > 0$;

$x = -5$; 10 – нули функции

$y = (x + 5)(x - 10)$.



О т в е т: $(-\infty; -5) \cup (10; +\infty)$.

5. $25x^2 + tx + 1 = 0$;

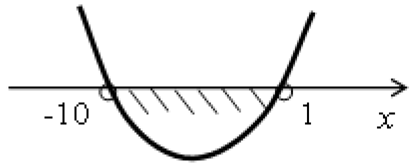
$D = t^2 - 100$.

Уравнение не имеет корней, если $D < 0$,

$t^2 - 100 < 0$,

$t = \pm 10$.

О т в е т: (–10; 10).



6.* $\dfrac{1}{(x+1)(x+3)} + \dfrac{9}{(x-1)(x+5)} = -1;$

$\dfrac{1}{x^2+4x+3} + \dfrac{9}{x^2+4x-5} = -1.$

Пусть $x^2 + 4x = a$, тогда получим:

$\dfrac{1}{a+3} + \dfrac{9}{a-5} = -1;$

$a - 5 + 9\,(a + 3) + (a + 3)\,(a - 5) = 0;$

$a - 5 + 9a + 27 + a^2 - 2a - 15 = 0;$

$a^2 + 8a + 7 = 0;$

$a_1 = -1,\ \ a_2 = -7.$

В е р н е м с я к з а м е н е:

$x^2 + 4x = -1;$	или	$x^2 + 4x = -7;$
$x^2 + 4x + 1 = 0;$		$x^2 + 4x + 7 = 0;$
$D = 4 - 1 = 3;$		$D = 4 - 7 = -3 < 0.$
$x_{1,\,2} = -2 \pm \sqrt{3}$.		Решений нет.

О т в е т: $-2 \pm \sqrt{3}$.

Контрольная работа №4
«Уравнения и неравенства с двумя переменными»
В а р и а н т 1

1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y = 7, \\ x^2 - y = 1. \end{cases}$$

2. Периметр прямоугольника равен 28 м, а его площадь равна 40 м^2. Найдите стороны прямоугольника.

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения параболы $y = x^2 + 4$ и прямой $x + y = 6$.

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2y - x = 7, \\ x^2 - xy - y^2 = 29. \end{cases}$$

5. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств:

$$\begin{cases} x + y \geq 1, \\ y \leq 3 - x^2. \end{cases}$$

В а р и а н т 2

1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - 3y = 2, \\ xy + y = 6. \end{cases}$$

2. Одна из сторон прямоугольника на 2 см больше другой стороны. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 120 см^2.

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения окружности $x^2 + y^2 = 10$ и прямой $x + 2y = 5$.

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} y - 3x = 1, \\ x^2 - 2xy + y^2 = 9. \end{cases}$$

5. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств:

$$\begin{cases} 2x - y \leq 2, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

В а р и а н т 3

1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - 5y = 2, \\ x^2 - y = 10. \end{cases}$$

2. Периметр прямоугольника равен 26 см, а его площадь равна 42 см^2. Найдите стороны прямоугольника.

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения параболы $y = x^2 - 8$ и прямой $x + y = 4$.

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x-5y=9, \\ x^2+3xy-y^2=3. \end{cases}$$

5. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств:

$$\begin{cases} x-y\geq 1, \\ y\geq x^2-4. \end{cases}$$

В а р и а н т 4

1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x+y=-1, \\ x-xy=8. \end{cases}$$

2. Одна из сторон прямоугольника на 4 м больше другой стороны. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 45 м^2.

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения окружности $x^2 + y^2 = 17$ и прямой $5x – 3y = 17$.

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x+2y=1, \\ x^2-xy-2y^2=1. \end{cases}$$

5. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств:

$$\begin{cases} y+x\leq 1, \\ (x-1)^2+y^2\leq 9. \end{cases}$$

Критерии оценивания заданий:

№ задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Балл	**1б**	**2б**	**1б**	**1б**	**1б**

Отметка	**«5»**	**«4»**	**«3»**	**«2»**

Количество баллов	6	4-5	2-3	Меньше 2 баллов

Ответы:

В а р и а н т 1

1. $\begin{cases} 2x + y = 7, \\ x^2 - y = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x, \\ x^2 - (7 - 2x) = 1. \end{cases}$

$x^2 - 7 + 2x = 1;$

$x^2 + 2x - 8 = 0;$

$x_1 = -4 \Rightarrow y_1 = 7 - 2 \cdot (-4) = 15;$

$x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = 7 - 2 \cdot 2 = 3.$

О т в е т: (–4; 15), (2; 3).

2. Пусть x м – одна сторона, а y м – другая сторона прямоугольника. Так как периметр прямоугольника равен 28 м, то получим уравнение:

$2(x + y) = 28.$

Площадь прямоугольника равна 40 м^2, поэтому $xy = 40$.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 2(x + y) = 28, \\ xy = 40; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 14, \\ xy = 40; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 - y, \\ (14 - y)\, y = 40. \end{cases}$$

$14y - y^2 = 40;$

$y^2 - 14y + 40 = 0;$

$y_1 = 4 \Rightarrow x_1 = 14 - 4 = 10;$

$y_2 = 10 \Rightarrow x_2 = 14 - 10 = 4.$

О т в е т: 4 м и 10 м.

3. Согласно условию составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} y = x^2 + 4, \\ x + y = 6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 + 4, \\ x + x^2 + 4 = 6. \end{cases}$$

$x^2 + x - 2 = 0;$

$x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1 + 4 = 5;$

$x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = (-2)^2 + 4 = 8.$

О т в е т: (1; 5), (–2; 8).

4. $\begin{cases} 2y - x = 7, \\ x^2 - xy - y^2 = 29; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 7, \\ (2y - 7)^2 - (2y - 7)\, y - y^2 = 29. \end{cases}$

$4y^2 - 28y + 49 - 2y^2 + 7y - y^2 = 29;$

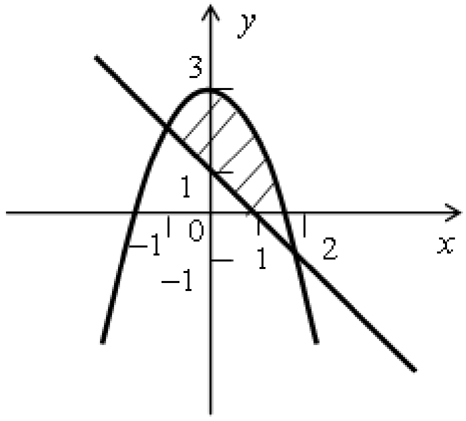
$y^2 - 21y + 20 = 0;$

$y_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 2 \cdot 1 - 7 = -5;$

$y_2 = 20 \Rightarrow x_2 = 2 \cdot 20 - 7 = 33.$

О т в е т: (–5; 1), (33; 20).

5. $\begin{cases} x + y \geq 1, \\ y \leq 3 - x^2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 1 - x, \\ y \leq -x^2 + 3. \end{cases}$



В а р и а н т 2

1. $\begin{cases} x - 3y = 2, \\ xy + y = 6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y + 2, \\ (3y + 2)\, y + y = 6. \end{cases}$

$3y^2 + 2y + y = 6;$

$3y^2 + 3y - 6 = 0;$

$y^2 + y - 2 = 0;$

$y_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 3 \cdot 1 + 2 = 5;$

$y_2 = -2 \Rightarrow x_2 = 3 \cdot (-2) + 2 = -4.$

О т в е т: (5; 1), (–4; –2).

2. Пусть x см – одна сторона, а y см – другая сторона прямоугольника. Так как одна из сторон прямоугольника на 2 см больше другой, то имеем уравнение $x = y + 2$. Так как площадь прямоугольника равна 120 см^2, то имеем уравнение $xy = 120$.

Составим и решим систему уравнений:

$\begin{cases} x = y + 2, \\ xy = 120; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2, \\ (y + 2)\, y = 120. \end{cases}$

$y^2 + 2y - 120 = 0;$

$y_1 = 10 \Rightarrow x_1 = 10 + 2 = 12;$

$y_2 = -12 \Rightarrow x_2 = -12 + 2 = -10$ – не удовлетворяет условию задачи.

О т в е т: 10 см и 12 см.

3. Согласно условию составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2+y^2=10, \\ x+2y=5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5-2y, \\ (5-2y)^2+y^2=10. \end{cases}$$

$25 - 20y + 4y^2 + y^2 = 10;$

$5y^2 - 20y + 15 = 0;$

$y^2 - 4y + 3 = 0;$

$y_1 = 1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 5 - 2 \cdot 1 = 3;$

$y_2 = 3 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 5 - 2 \cdot 3 = -1.$

О т в е т: (3; 1), (–1; 3).

4. $$\begin{cases} y-3x=1, \\ x^2-2xy+y^2=9; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x+1, \\ x^2-2x(3x+1)+(3x+1)^2=9. \end{cases}$$

$x^2 - 6x^2 - 2x + 9x^2 + 6x + 1 = 9;$

$4x^2 + 4x - 8 = 0;$

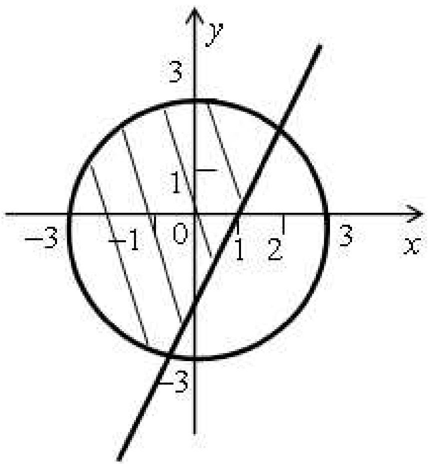
$x^2 + x - 2 = 0;$

$x_1 = 1 \quad \Rightarrow \quad y_1 = 3 \cdot 1 + 1 = 4;$

$x_2 = -2 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 3 \cdot (-2) + 1 = -5.$

О т в е т: (1; 4), (–2; –5).

5. $$\begin{cases} 2x-y\le 2, \\ x^2+y^2\le 9; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y\ge 2x-2, \\ x^2+y^2\le 9. \end{cases}$$



В а р и а н т 3

1. $$\begin{cases} x-5y=2, \\ x^2-y=10; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-5(x^2-10)=2, \\ y=x^2-10. \end{cases}$$

$x - 5x^2 + 50 = 2;$

$5x^2 - x - 48 = 0;$

$D = 1 + 4 \cdot 5 \cdot 48 = 961;$

$x_1 = \dfrac{1+31}{10} = 3{,}2 \quad \Rightarrow \quad y_1 = 3{,}2^2 - 10 = 0{,}24;$

$x_2 = \dfrac{1-31}{10} = -3 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 3^2 - 10 = -1.$

О т в е т: (3,2; 0,24), (–3; –1).

2. Пусть x см – одна сторона, а y см – другая сторона прямоугольника. Согласно условию задачи составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 2(x+y) = 26, \\ xy = 42; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 13, \\ xy = 42; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13-y, \\ (13-y)\,y = 42. \end{cases}$$

$13y - y^2 = 42;$

$y^2 - 13y + 42 = 0;$

$y_1 = 6 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 13 - 6 = 7;$

$y_2 = 7 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 13 - 7 = 6.$

О т в е т: 6 см и 7 см.

3. $\begin{cases} y = x^2 - 8, \\ x + y = 4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 - 8, \\ x + x^2 - 8 = 4. \end{cases}$

$x^2 + x - 12 = 0;$

$x_1 = 3 \quad \Rightarrow \quad y_1 = 3^2 - 8 = 1;$

$x_2 = -4 \quad \Rightarrow \quad y_2 = (-4)^2 - 8 = 8.$

О т в е т: (3; 1), (–4; 8).

4. $\begin{cases} x - 5y = 9, \\ x^2 + 3xy - y^2 = 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + 5y, \\ (9+5y)^2 + 3(9+5y)\,y - y^2 = 3. \end{cases}$

$81 + 90y + 25y^2 + 27y + 15y^2 - y^2 = 3;$

$39y^2 + 117y + 78 = 0;$

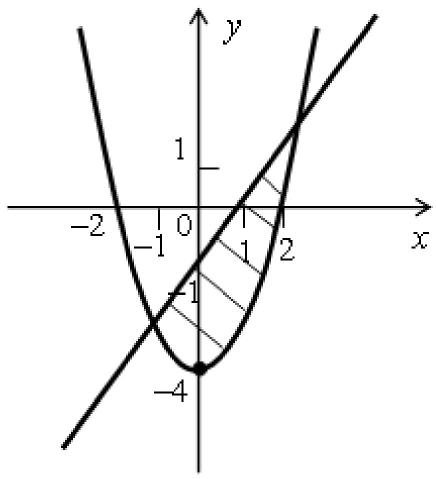
$y^2 + 3y + 2 = 0;$

$y_1 = -1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 9 + 5 \cdot (-1) = 4;$

$y_2 = -2 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 9 + 5 \cdot (-2) = -1.$

О т в е т: (4; –1), (–1; 2).

5. $\begin{cases} x - y \ge 1, \\ y \ge x^2 - 4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \le x - 1, \\ y \ge x^2 - 4. \end{cases}$



В а р и а н т 4

1. $\begin{cases} 3x + y = -1, \\ x - xy = 8; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x - 1, \\ x - x(-3x - 1) = 8. \end{cases}$

$x + 3x^2 + x = 8;$

$3x^2 + 2x - 8 = 0;$

$D_1 = 1 + 2\ 4 = 25;$

$x_1 = \dfrac{-1+5}{3} = \dfrac{4}{3} \Rightarrow y_1 = -3 \cdot \dfrac{4}{3} - 1 = -5;$

$x_2 = \dfrac{-1-5}{3} = -2 \Rightarrow y_2 = -3 \cdot (-2) - 1 = 5.$

О т в е т: $\left(\dfrac{4}{3};\ -5\right)$, $(-2; 5)$.

2. Пусть x м – одна сторона, а y м – другая сторона прямоугольника. Согласно условию задачи составим и решим систему уравнений:

$\begin{cases} x = 4 + y, \\ xy = 45; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + y, \\ (4 + y)\ y = 45. \end{cases}$

$y^2 + 4y - 45 = 0;$

$y_1 = -9 \Rightarrow x_1 = 4 - 9 = -5$ – не удовлетворяет условию задачи;

$y_2 = 5 \Rightarrow x_2 = 4 + 5 = 9.$

О т в е т: 5 м и 9 м.

3. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17, \\ 5x - 3y = 17; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 17, \\ 5x = 17 + 3y; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\dfrac{17+3y}{5}\right)^2 + y^2 = 17, \\ x = \dfrac{17+3y}{5}. \end{cases}$

$289 + 102y + 9y^2 + 25y^2 = 17 \cdot 25;$

$34y^2 + 102y - 136 = 0;$

$y^2 + 3y - 4 = 0;$

$y_1 = 1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \dfrac{17+3}{5} = 4;$

$y_2 = -4 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \dfrac{17-12}{5} = 1.$

О т в е т: (4; 1), (1; –4).

4. $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ x^2 - xy - 2y^2 = 1; \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x = 1 - 2y, \\ (1-2y)^2 - (1-2y)\,y - 2y^2 = 1. \end{cases}$

$1 - 4y + 4y^2 - y + 2y^2 - 2y^2 = 1;$

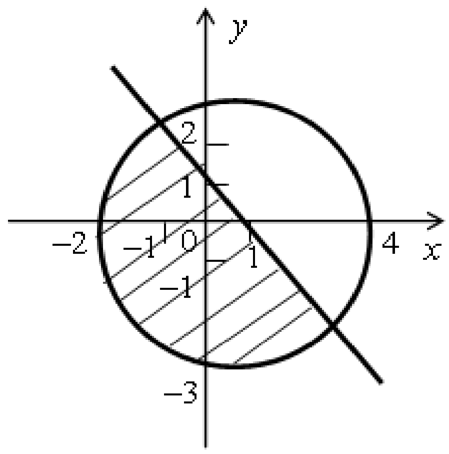
$4y^2 - 5y = 0;$

$y_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 1;$

$y_2 = \dfrac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad x_2 = 1 - 2 \cdot \dfrac{5}{4} = -1{,}5.$

О т в е т: (1; 0) (–1,5; 1,25).

5. $\begin{cases} y + x \le 1, \\ (x-1)^2 + y^2 \le 9; \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} y \le 1 - x, \\ (x-1)^2 + y^2 \le 9. \end{cases}$



Контрольная работа №5
«Арифметическая прогрессия»

В а р и а н т 1

1. Найдите двадцать третий член арифметической прогрессии (a_n), если $a_1 = -15$ и $d = 3$.

2. Найдите сумму шестнадцати первых членов арифметической прогрессии: 8; 4; 0; …

3. Найдите сумму шестидесяти первых членов последовательности (b_n), заданной формулой $b_n = 3n – 1$.

4. Является ли число 54,5 членом арифметической прогрессии (a_n), в которой $a_1 = 25,5$ и $a_9 = 5,5$?

5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 3 и не превосходящих 100.

Вариант 2

1. Найдите восемнадцатый член арифметической прогрессии (a_n), если $a_1 = 70$ и $d = –3$.

2. Найдите сумму двадцати первых членов арифметической прогрессии: –21; –18; –15; …

3. Найдите сумму сорока первых членов последовательности (b_n), заданной формулой $b_n = 4n – 2$.

4. Является ли число 30,4 членом арифметической прогрессии (a_n), в которой $a_1 = 11,6$ и $a_{15} = 17,2$?

5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 7 и не превосходящих 150.

Вариант 3

1. Найдите тридцать второй член арифметической прогрессии (a_n), если $a_1 = 65$ и $d = –2$.

2. Найдите сумму двадцати четырех первых членов арифметической прогрессии: 42; 34; 26; …

3. Найдите сумму восьмидесяти первых членов последовательности (b_n), заданной формулой $b_n = 2n – 5$.

4. Является ли число 6,5 членом арифметической прогрессии (a_n), в которой $a_1 = –2,25$ и $a_{11} = 10,25$?

5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 9 и не превосходящих 80.

Вариант 4

1. Найдите сорок третий член арифметической прогрессии (a_n), если $a_1 = –9$ и $d = 4$.

2. Найдите сумму четырнадцати первых членов арифметической прогрессии: –63; –58; –53; …

3. Найдите сумму ста двадцати первых членов последовательности (b_n), заданной формулой $b_n = 3n – 2$.

4. Является ли число 35,8 членом арифметической прогрессии (a_n), в которой $a_1 = –23,6$ и $a_{22} = 11$?

5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 6 и не превосходящих 150.

В контрольной работе задания 1 и 2 обязательного уровня.

Критерии оценивания заданий:

№ задания	1	2	3	4	5
Балл	**1б**	**1б**	**1б**	**1б**	**1б**

Отметка	**«5»**	**«4»**	**«3»**	**«2»**
Количество баллов	5	4	3	Меньше 3 баллов

Ответы:

В а р и а н т 1

1. (a_n) – арифметическая прогрессия; $a_1 = -15$, $d = 3$.

$a_{23} = a_1 + 22d$; $a_{23} = -15 + 22 \cdot 3 = -15 + 66 = 51$.

О т в е т: 51.

2. 8; 4; 0; … – арифметическая прогрессия;

$a_1 = 8$, $d = -4$.

$S_n = \dfrac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$; $S_{16} = \dfrac{2 \cdot 8 - 4 \cdot 15}{2} \cdot 16 = (16 - 60) \cdot 8 = -44 \cdot 8 = -352$.

О т в е т: –352.

3. $b_n = 3n - 1$, значит, (b_n) – арифметическая прогрессия.

$b_1 = 3 \cdot 1 - 1 = 2$; $b_{60} = 3 \cdot 60 - 1 = 179$;

$S_n = \dfrac{b_1 + b_n}{2} \cdot n$; $S_{60} = \dfrac{2 + 179}{2} \cdot 60 = 181 \cdot 30 = 5430$.

О т в е т: 5430.

4. (a_n) – арифметическая прогрессия; $a_1 = 25{,}5$; $a_9 = 5{,}5$.

Пусть $a_n = 54{,}5$.

$d = \dfrac{a_9 - a_1}{8}$; $d = \dfrac{5{,}5 - 25{,}5}{8} = -\dfrac{20}{8} = -2{,}5$;

$a_n = a_1 + d(n-1)$; $54{,}5 = 25{,}5 - 2{,}5(n-1)$; $2{,}5(n-1) = -29$;

$n - 1 = -11{,}6$; $n = -10{,}6$, $n \notin N$, значит, 54,5 не является членом арифметической прогрессии (a_n).

О т в е т: нет.

5. (a_n) – арифметическая прогрессия; $a_n = 3n$; $a_n \le 100$;

$3n \le 100$; $n \le 33\frac{1}{3}$, так как $n \in N$,то $n = 33$.

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$; $a_1 = 3$; $a_{33} = 99$, тогда

$S_{33} = \frac{3+99}{2} \cdot 33 = 1683$.

О т в е т: 1683.

В а р и а н т 2

1. (a_n) – арифметическая прогрессия; $a_1 = 70$, $d = –3$.
$a_{18} = a_1 + 17d$; $a_{18} = 70 + 17 \cdot (–3) = 70 – 51 = 19$.

О т в е т: 19.

2. –21; –18; –15; … – арифметическая прогрессия;
$a_1 = –21$, $d = 3$.

$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$; $S_{20} = \frac{2 \cdot (-21) + 3 \cdot 19}{2} \cdot 20 = \frac{-42+57}{2} \cdot 20 =$
$= 15 \cdot 10 = 150$.

О т в е т: 150.

3. $b_n = 4n – 2$, значит, (b_n) – арифметическая прогрессия.
$b_1 = 2$; $b_{40} = 4 \cdot 40 – 2 = 160 – 2 = 158$;

$S_n = \frac{b_1 + b_n}{2} \cdot n$; $S_{40} = \frac{2+158}{2} \cdot 40 = 160 \cdot 20 = 3200$.

О т в е т: 3200.

4. (a_n) – арифметическая прогрессия; $a_1 = 11{,}6$; $a_{15} = 17{,}2$.
Пусть $a_n = 30{,}4$.

$d = \frac{a_{15} - a_1}{14}$; $d = \frac{17{,}2 - 11{,}6}{14} = \frac{5{,}6}{14} = 0{,}4$;

$a_n = a_1 + d(n – 1)$; $30{,}4 = 11{,}6 + 0{,}4(n – 1)$; $0{,}4(n – 1) = 18{,}8$;
$n – 1 = 47$; $n = 48$, $n \in N$, значит, 30,4 является членом арифметической прогрессии (a_n).

О т в е т: да.

5. (a_n) – арифметическая прогрессия; $a_n = 7n$; $a_n \le 150$;

$7n \le 150$; $n \le 21\frac{3}{7}$, так как $n \in N$,то $n = 21$.

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$; $a_1 = 7$; $a_{21} = 147$, тогда

$S_{21} = \frac{7+147}{2} \cdot 21 = 77 \cdot 21 = 1617.$

Ответ: 1617.

Вариант 3

1. (a_n) – арифметическая прогрессия; $a_1 = 65$, $d = -2$.

$a_{32} = a_1 + 31d$; $a_{32} = 65 + 31 \cdot (-2) = 65 - 62 = 3.$

Ответ: 3.

2. 42; 34; 26; … – арифметическая прогрессия;

$a_1 = 42$, $d = -8$.

$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$; $S_{24} = \frac{2 \cdot 42 - 8 \cdot 23}{2} \cdot 24 = \frac{84 - 184}{2} \cdot 24 = -100 \cdot 12 = -1200.$

Ответ: –1200.

3. $b_n = 2n - 5$, значит (b_n) – арифметическая прогрессия.

$b_1 = -3$; $b_{80} = 2 \cdot 80 - 5 = 160 - 5 = 155$

$S_n = \frac{b_1 + b_n}{2} \cdot n$; $S_{30} = \frac{-3+155}{2} \cdot 80 = 152 \cdot 40 = 6080.$

Ответ: 6080.

4. (a_n) – арифметическая прогрессия; $a_1 = -2{,}25$; $a_{11} = 10{,}25$.

Пусть $a_n = 6{,}5$.

$d = \frac{a_{11} - a_1}{10}$; $d = \frac{10{,}25 + 2{,}25}{10} = 1{,}25.$

$a_n = a_1 + d(n-1)$; $6{,}5 = -2{,}25 + 1{,}25(n-1)$;

$1{,}25(n-1) = 8{,}75$;

$n - 1 = 7$; $n = 8$, $n \in N$, значит, число 6,5 является членом арифметической прогрессии (a_n).

Ответ: да.

5. (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_n = 9n$; $a_n \le 80$;

$9n \le 80$; $n \le 8\frac{8}{9}$, так как $n \in N$,то $n = 8$.

$a_1 = 9$; $a_8 = 72$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$; $S_8 = \frac{9+72}{2} \cdot 8 = 324.$

Ответ: 324.

Вариант 4

1. (a_n) – арифметическая прогрессия; $a_1 = -9$, $d = 4$.

$a_{43} = a_1 + 42d$; $a_{43} = -9 + 42 \cdot 4 = -9 + 168 = 159.$

Ответ: 159.

2. –63; –58; –53; … – арифметическая прогрессия;

$a_1 = -63$, $d = 5$.

$S_n = \dfrac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$; $S_{14} = \dfrac{2 \cdot (-63) + 5 \cdot 13}{2} \cdot 14 = \dfrac{-126+65}{2} \cdot 14 = -61 \cdot 7 = -427$.

О т в е т: –427.

3. $b_n = 3n - 2$, значит (b_n) – арифметическая прогрессия.

$b_1 = 1$; $b_{120} = 3 \cdot 120 - 2 = 358$

$S_n = \dfrac{b_1 + b_n}{2} \cdot n$; $S_{120} = \dfrac{1+358}{2} \cdot 120 = 359 \cdot 60 = 21540$

О т в е т: 21540.

4. (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_1 = -23{,}6$; $a_{22} = 11$.

Пусть $a_n = 35{,}8$.

$d = \dfrac{a_{22} - a_1}{21}$; $d = \dfrac{11+23{,}6}{21} = \dfrac{34{,}6}{21} = 1\dfrac{68}{105}$;

$a_n = a_1 + d(n-1)$; $35{,}8 = -23{,}6 + \dfrac{173}{105}(n-1)$;

$\dfrac{173}{105}(n-1) = -59{,}4$; $n - 1 = \dfrac{59{,}4 \cdot 105}{173}$; $n - 1 = 36\dfrac{9}{173}$;

$n = 37\dfrac{9}{173}$, $n \notin N$, значит, число 35,8 не является членом арифметической прогрессии (a_n).

О т в е т: нет.

5. (a_n) – арифметическая прогрессия; $a_n = 6n$; $a_n \le 150$;

$6n \le 150$; $n \le 25$, так как $n \in N$, то $n = 25$.

$S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$; ; $a_1 = 6$; $a_{25} = 150$, тогда

$S_{25} = \dfrac{6+150}{2} \cdot 25 = 78 \cdot 25 = 1950$.

Контрольная работа №6

«Геометрическая прогрессия»

Вариант 1

1. Найдите седьмой член геометрической прогрессии (b_n), если $b_1 = -32$ и $q = \frac{1}{2}$.

2. Первый член геометрической прогрессии (b_n) равен 2, а знаменатель равен 3. Найдите сумму шести первых членов этой прогрессии.

3. Между числами $\frac{16}{27}$ и 3 вставьте три числа, которые вместе с данными числами образуют геометрическую прогрессию.

4. Найдите сумму девяти первых членов геометрической прогрессии (b_n) с положительными членами, зная, что $b_2 = 0{,}04$ и $b_4 = 0{,}16$.

5. Найдите первый член геометрической прогрессии (a_n), в которой $q = 3$, $S_4 = 560$.

Вариант 2

1. Найдите шестой член геометрической прогрессии (b_n), если $b_1 = 0{,}81$ и $q = -\frac{1}{3}$.

2. Первый член геометрической прогрессии (b_n) равен 6, а знаменатель равен 2. Найдите сумму семи первых членов этой прогрессии.

3. Между числами $\frac{4}{49}$ и 196 вставьте три числа так, чтобы они вместе с данными числами составили геометрическую прогрессию.

4. Найдите сумму восьми первых членов геометрической прогрессии (b_n) с положительными членами, зная, что $b_2 = 1{,}2$ и $b_4 = 4{,}8$.

5. Найдите первый член геометрической прогрессии (a_n), в которой $q = -2$, $S_5 = 330$.

Вариант 3

1. Найдите пятый член геометрической прогрессии (b_n), если $b_1 = -125$ и $q = \frac{1}{5}$.

2. Первый член геометрической прогрессии (b_n) равен 4, а знаменатель равен 2. Найдите сумму восьми первых членов этой прогрессии.

3. Между числами 48 и $\frac{1}{27}$ вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они составили геометрическую прогрессию.

4. Найдите сумму восьми первых членов геометрической прогрессии (b_n) с положительными членами, зная, что $b_3 = 0{,}05$ и $b_5 = 0{,}45$.

5. Найдите первый член геометрической прогрессии (a_n), в которой $q = –3$, $S_4 = 400$.

Вариант 4

1. Найдите девятый член геометрической прогрессии (b_n), если $b_1 = 100000$ и $q = \frac{1}{5}$.

2. Первый член геометрической прогрессии (b_n) равен 6, а знаменатель равен 4. Найдите сумму пяти первых членов этой прогрессии.

3. Между числами 35 и $\frac{7}{125}$ вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовывали геометрическую прогрессию.

4. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии (b_n) с положительными членами, зная, что $b_3 = 3{,}6$ и $b_5 = 32{,}4$.

5. Найдите первый член геометрической прогрессии (a_n), в которой $q = 2$, $S_5 = 403$.

Критерии оценивания заданий:

№ задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Балл	**1б**	**1б**	**1б**	**1б**	**1б**

Отметка	**«5»**	**«4»**	**«3»**	**«2»**
Количество баллов	5	4	3	Меньше 3 баллов

Ответы:

Вариант 1

1. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_1 = –32$, $q = \frac{1}{2}$.

$b_7 = b_1 \cdot q^6$, $b_7 = -32 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = -32 \cdot \frac{1}{64} = -0{,}5.$

Ответ: –0,5.

2. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_1 = 2$, $q = 3$.

$$S_6 = \frac{b_1(q^6 - 1)}{q - 1}, \quad S_6 = \frac{2\ (3^6 - 1)}{3 - 1} = 728.$$

О т в е т: 728.

3. $\frac{16}{27}$; a_2; a_3; a_4; 3 – геометрическая прогрессия,

$$q^4 = \frac{a_5}{a_1}; \quad q^4 = \frac{3 \cdot 27}{16}; \quad q^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4; \quad q = \pm\frac{3}{2}.$$

1) $q = \frac{3}{2};\ a_2 = \frac{8}{9};\ a_3 = \frac{4}{3};\ a_4 = 2;$

2) $q = -\frac{3}{2};\ a_2 = -\frac{8}{9};\ a_3 = \frac{4}{3};\ a_4 = -2.$

О т в е т: 1) $\frac{8}{9};\ \frac{4}{3};\ 2$; 2) $-\frac{8}{9};\ \frac{4}{3};\ -2$.

4. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_n > 0$, $b_2 = 0{,}04$, $b_4 = 0{,}16$.

$b_2 = b_1 \cdot q$;

$b_4 = b_1 \cdot q^3 = (b_1 \cdot q) \cdot q^2 = b_2 \cdot q^2$;

$0{,}16 = 0{,}04 \cdot q^2$; $q^2 = 4$; $q = 2$ (так как $b_n > 0$)

$$b_1 = \frac{b_2}{q};\ b_1 = \frac{0{,}04}{2};\ b_1 = 0{,}02.$$

$$S_9 = \frac{b_1(q^9 - 1)}{q - 1}; \quad S_9 = \frac{0{,}02\ (2^9 - 1)}{2 - 1} = 0{,}02 \cdot 511 = 10{,}22.$$

О т в е т: 10,22.

5. (a_n) – геометрическая прогрессия, $q = 3$, $S_4 = 560$.

$$S_4 = \frac{a_1(q^4 - 1)}{q - 1}; \quad a_1 = \frac{S_4(q - 1)}{q^4 - 1}; \quad a_1 = \frac{560 \cdot 2}{3^4 - 1} = \frac{560 \cdot 2}{80} = 14.$$

О т в е т: 14.

В а р и а н т 2

1. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_1 = 0{,}81$, $q = -\frac{1}{3}$.

$b_6 = b_1 \cdot q^5$, $\quad b_6 = 0{,}81 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{3^4}{100} \cdot \left(-\frac{1}{3^5}\right) = -\frac{1}{300}.$

О т в е т: $-\frac{1}{300}$.

2. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_1 = 6$, $q = 2$.

$$S_7=\frac{b_1(q^7-1)}{q-1},\quad S_7=\frac{6\ (2^7-1)}{2-1}=6\cdot127=762.$$

О т в е т: 762.

3. $\frac{4}{49}$; a_2; a_3; a_4; 196 – геометрическая прогрессия,

$$q^4=\frac{a_5}{a_1};\quad q^4=\frac{196\cdot49}{4};\quad q^4=49\cdot49;\quad q=\pm7.$$

1) $q=7;\ a_2=\frac{4}{7};\ a_3=4;\ a_4=28;$

2) $q=-7;\ a_2=-\frac{4}{7};\ a_3=4;\ a_4=-28.$

О т в е т: 1) $\frac{4}{7};\ 4;\ 28$; 2) $-\frac{4}{7};\ 4;\ -28$.

4. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_n > 0$, $b_2 = 1{,}2$, $b_4 = 4{,}8$.

$b_2 = b_1\cdot q$;

$b_4=b_1\cdot q^3=(b_1\cdot q)\cdot q^2=b_2\cdot q^2$;

$4{,}8 = 1{,}2\cdot q^2$; $q^2 = 4$; $q = 2$ (так как $b_n > 0$);

$$b_1=\frac{b_2}{q};\ b_1=\frac{1{,}2}{2};\ b_1=0{,}6.$$

$$S_8=\frac{b_1(q^8-1)}{q-1};\quad S_8=\frac{0{,}6\ (2^8-1)}{2-1}=0{,}6\cdot255=153.$$

О т в е т: 153.

5. (a_n) – геометрическая прогрессия, $q = -2$, $S_4 = 330$.

$$S_5=\frac{a_1(q^5-1)}{q-1};\quad a_1=\frac{S_5(q-1)}{q^5-1};\quad a_1=\frac{330\cdot(-2-1)}{(-2)^5-1}=\frac{330\cdot(-3)}{-33}=30.$$

О т в е т: 30.

В а р и а н т 3

1. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_1 = -125$, $q = \frac{1}{5}$.

$b_5 = b_1\cdot q^4$, $$b_5=-125\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^4=-\frac{5^3}{5^4}=-\frac{1}{5}=-0{,}2.$$

О т в е т: –0,2.

2. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_1 = 4$, $q = 2$.

$$S_8 = \frac{b_1(q^8 - 1)}{q-1}, \quad S_8 = \frac{4\ (2^8-1)}{2-1} = 4 \cdot 255 = 1020.$$

О т в е т: 1020.

3. 48; a_2; a_3; a_4; $\frac{1}{27}$ – геометрическая прогрессия,

$$q^4 = \frac{a_5}{a_1}; \quad q^4 = \frac{1}{27 \cdot 48}; \quad q^4 = \frac{1}{3^3 \cdot 2^4 \cdot 3}; \quad q^4 = \frac{1}{3^4 \cdot 2^4}; \; q = \pm\frac{1}{6}.$$

1) $q = \frac{1}{6}$; $a_2 = 8$; $a_3 = \frac{4}{3}$; $a_4 = \frac{2}{9}$;

2) $q = -\frac{1}{6}$; $a_2 = -8$; $a_3 = \frac{4}{3}$; $a_4 = -\frac{2}{9}$.

О т в е т: 1) $8; \frac{4}{3}; \frac{2}{9}$; 2) $-8; \frac{4}{3}; -\frac{2}{9}$.

4. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_n > 0$, $b_3 = 0{,}05$, $b_5 = 0{,}45$.

$b_3 = b_1 \cdot q^2$;

$b_5 = b_1 \cdot q^4 = (b_1 \cdot q^2) \cdot q^2 = b_3 \cdot q^2$;

$0{,}45 = 0{,}05 \cdot q^2$; $q^2 = 9$; $q = 3$ (так как $b_n > 0$);

$$b_1 = \frac{b_3}{q^2} = \frac{0{,}05}{9} = \frac{1}{180}.$$

$$S_8 = \frac{b_1(q^8 - 1)}{q-1}; \quad S_8 = \frac{\frac{1}{180} \cdot (6561-1)}{2} = \frac{6560}{360} = 18\frac{2}{9}.$$

О т в е т: $18\frac{2}{9}$.

5. (a_n) – геометрическая прогрессия, $q = -3$, $S_4 = 400$.

$$S_4 = \frac{a_1(q^4-1)}{q-1}; \quad a_1 = \frac{S_4(q-1)}{q^4-1}; \quad a_1 = \frac{400 \cdot (-3-1)}{(-3)^4 - 1} = \frac{400 \cdot (-4)}{80} = -20.$$

О т в е т: –20.

В а р и а н т 4

1. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_1 = 100000$, $q = \frac{1}{5}$.

$b_9 = b_1 \cdot q^8$, $\quad b_9 = 100000 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^8 = \frac{5^5 \cdot 32}{5^8} = \frac{32}{5^3} = \frac{32}{125} = 0{,}256.$

О т в е т: 0,256.

2. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_1 = 6$, $q = 4$.

$$S_5 = \frac{b_1(q^5-1)}{q-1}, \quad S_5 = \frac{6\ (4^5-1)}{4-1} = 2 \cdot 1023 = 2046.$$

О т в е т: 2046.

3. 35; a_2; a_3; a_4; $\frac{7}{125}$ – геометрическая прогрессия,

$$q^4 = \frac{a_5}{a_1}; \quad q^4 = \frac{7}{125 \cdot 35}; \quad q^4 = \frac{7}{5^4 \cdot 7}; \quad q = \pm\frac{1}{5}.$$

1) $q = \frac{1}{5}$; $a_2 = 7$; $a_3 = \frac{7}{5}$; $a_4 = \frac{7}{25}$;

2) $q = -\frac{1}{5}$; $a_2 = -7$; $a_3 = \frac{7}{5}$; $a_4 = -\frac{7}{25}$.

О т в е т: 1) $7;\ \frac{7}{5};\ \frac{7}{25}$; 2) $-7;\ \frac{7}{5};\ -\frac{7}{25}$.

4. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_n > 0$, $b_3 = 3{,}6$, $b_5 = 32{,}4$.

$b_3 = b_1 \cdot q^2$;

$b_5 = b_1 \cdot q^4 = (b_1 \cdot q^2) \cdot q^2 = b_3 \cdot q^2$;

$32{,}4 = 3{,}6 \cdot q^2$; $q^2 = 9$; $q = 3$ (так как $b_n > 0$);

$$b_1 = \frac{b_3}{q^2} = \frac{3{,}6}{9} = 0{,}4.$$

$$S_5 = \frac{b_1(q^5-1)}{q-1}; \quad S_5 = \frac{0{,}4 \cdot (3^5-1)}{3-1} = 0{,}2 \cdot 242 = 48{,}4.$$

О т в е т: 48,4.

5. (a_n) – геометрическая прогрессия, $q = 2$, $S_5 = 403$.

$$S_5 = \frac{a_1(q^5-1)}{q-1}; \quad a_1 = \frac{S_5(q-1)}{q^5-1}; \quad a_1 = \frac{403 \cdot (2-1)}{2^5-1} = \frac{403}{31} = 13.$$

О т в е т: 13.

Контрольная работа №7
«Элементы комбинаторики и теории вероятностей»

В а р и а н т 1

1. На стол бросают два игральных тетраэдра (серый и белый), на гранях каждого из которых точками обозначены числа от 1 до 4. Сколько различных

пар чисел может появиться на гранях этих тетраэдров, соприкасающихся с поверхностью стола?

2. Сколько существует шестизначных чисел (без повторения цифр), у которых цифра 5 является последней?

3. В бригаде 4 женщины и 3 мужчины. Среди членов бригады разыгрываются 4 билета в театр. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажется 2 женщины и 2 мужчины?

4. На каждой карточке написана одна из букв *к*, *л*, *м*, *н*, *о*, *п*. Четыре карточки наугад выкладывают одну за другой в ряд. Какова вероятность, что при выкладывании получится слово *«клоп»*?

5. Найдите вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число при делении на 11 дает в остатке 10.

Вариант 2

1. Из коробки, содержащей 8 мелков различных цветов, Гена и Таня берут по одному мелку. Сколько существует различных вариантов такого выбора двух мелков?

2. Сколько существует пятизначных чисел (без повторения цифр), у которых вторая цифра в записи 4?

3. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из этой урны наудачу извлекли 5 шаров. Какова вероятность того, что 2 из них белые, а 3 черные?

4. На каждой карточке написана одна из букв *р*, *с*, *т*, *у*, *ф*, *х*. Четыре карточки наугад выкладывают одну за другой в ряд. Какова вероятность, что при выкладывании получится слово *«хруст»*?

5. Найдите вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число при делении на 13 дает в остатке 5.

Критерии оценивания заданий:

№ задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Балл	**1б**	**1б**	**1б**	**1б**	**1б**

Отметка	**«5»**	**«4»**	**«3»**	**«2»**
Количество баллов	5	4	3	Меньше 3 баллов

Ответы:

Вариант 1

1. Первый тетраэдр может лечь на стол одной из четырех своих граней; второй тетраэдр – также одной из четырех своих граней; всего $4 \cdot 4 = 16$ различных пар граней (чисел).

О т в е т: 16.

2. Фиксируем цифру 5 на последнем месте, на остальные пять перед ней выбираем любые пять цифр из 9 оставшихся (с учетом порядка выбора).

Количество вариантов $A_9^5 = \frac{9!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 15120$ чисел. Но мы знаем, что цифра 0 не может стоять на первом месте. Мы должны «отбросить» из этих чисел те, у которых 0 на первом месте (и 5 на последнем).

Таких чисел $A_8^4 = \frac{8!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 1680$ чисел.

Значит, всего 15120 – 1680 = 13440 вариантов.

О т в е т: 13440.

3. Исходы – все возможные четверки людей, выбираемые из членов бригады; порядок выбора не учитывается, так как все билеты равнозначные.

Общее число исходов: $n = C_7^4 = \frac{7!}{4!3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 35$.

Событие A – «выбраны 2 мужчины и 2 женщины», $m = C_4^2 \cdot C_3^2 = \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{3!}{2!1!} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 18$ – количество благоприятных исходов;

$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{18}{35}$.

О т в е т: $\frac{18}{35}$.

4. Исходами опыта будут расположения выбранных карточек в определенном порядке, то есть размещения $A_6^4 = \frac{6!}{2!} = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 360$ – общее число исходов.

Благоприятный исход – один (слово «клоп»).

Вероятность $P(A) = \frac{1}{360}$.

О т в е т: $\frac{1}{360}$.

5. Общее число двузначных чисел $n = 90$.

Событие A – «случайным образом выбранное двузначное число при делении на 11 дает в остатке 10».

Количество благоприятных исходов m равно числу значений k, при которых число $11k + 10$ – двузначное. Это будет при $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$, то есть $m = 9$.

Искомая вероятность $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{9}{90} = 0{,}1$.

О т в е т: 0,1.

В а р и а н т 2

1. В данном случае порядок выбора имеет значение (один цвет может попасться Гене или Тане). Гена может выбрать один из 8 мелков, а Таня – один из 7 оставшихся. Общее число вариантов выбора по правилу умножения равно $8 \cdot 7 = 56$.

О т в е т: 56.

2. Фиксируем цифру 4 на втором месте, на остальные четыре выбираем любые четыре цифры из 9оставшихся (с учетом порядка выбора). Количество вариантов $A_9^4 = \frac{9!}{5!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 3024$ чисел. Но мы знаем, что цифра 0 не может стоять на первом месте. Мы должны «отбросить» из этих чисел те, у которых 0 на первом месте (и 4 на втором). Таких чисел $A_8^3 = \frac{8!}{5!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 =$ 336 чисел. Значит, всего $3024 - 336 = 2688$ вариантов.

О т в е т: 2688.

3. Исходы – все возможные пятерки шаров, вынимаемые из урны; порядок выбора не учитывается.

Общее число исходов: $n = C_{10}^5 = \frac{10!}{5!5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 252$.

Событие A – «выбраны 2 белых и 3 черных шара», $m = C_6^2 \cdot C_4^3 =$
$= \frac{6!}{2!4!} \cdot \frac{4!}{3!1!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2} = 60$ – количество благоприятных исходов;

$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{60}{252} = \frac{5}{21}$.

О т в е т: $\frac{5}{21}$.

4. Исходами опыта будут расположения выбранных карточек в определенном порядке, то есть размещения $A_6^5 = \frac{6!}{1!} = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$ – общее число исходов.

Благоприятный исход – один (слово «хруст»).

Вероятность $P(A) = \dfrac{1}{720}$.

О т в е т: $\dfrac{1}{720}$.

5. Общее число двузначных чисел $n = 90$.

Событие A – «случайным образом выбранное двузначное число при делении на 13 дает в остатке 5».

Количество благоприятных исходов m равно числу значений k, при которых число $13k + 5$ – двузначное. Это будет при $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, то есть $m = 7$.

Искомая вероятность $P(A) = \dfrac{m}{n} = \dfrac{7}{90}$.

О т в е т: $\dfrac{7}{90}$.

Итоговая контрольная работа в форме ОГЭ (модуль «Алгебра»)

Задания с образовательного портала для подготовки к экзаменам (сайт Решу ОГЭ)
https://math-oge.sdamgia.ru/?redir=1

Критерии оценивания заданий:

№ задания	**1-14**	**Всего**
Балл	**по 1б**	**14 б.**

№21

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

№22

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

№23

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Отметка	**«5»**	**«4»**	**«3»**	**«2»**
Количество баллов	18-20	17-14	13-10	Меньше 10 баллов

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат 603332450510203670830559428146817986133868575831

Владелец Порядина Наталья Владимировна

Действителен С 09.03.2021 по 09.03.2022